

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
функционального анализа  
и операторных уравнений

*ka*

Каменский М.И.  
20.03.2025г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.02.06 Дискретная математика

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности
- 2. Специализация:** Автоматизация информационно-аналитической деятельности, Информационная безопасность финансовых и экономических структур
- 3. Квалификация выпускника:** специалист по защите информации
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
- 6. Составители программы:** Белоглазова Татьяна Владимировна, к.ф.-м.н., доцент; математический факультет, кафедра функционального анализа и операторных уравнений
- 7. Рекомендована:** научно-методическим советом математического факультета, протокол от 18.03.2025г, № 0500-03
- 8. Учебный год** 2026-2027 **Семестр:** третий, четвёртый

## **9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

Цели изучения дисциплины:

- ознакомление студентов с основными понятиями и методами дискретной математики.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение элементов комбинаторного анализа, рекуррентных отношений;

- изучение булевых функций и методов их минимизации;

- изучение элементов теории графов.

## **10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина относится к обязательной части блока 1. Дисциплина(модули).

Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Дискретная математика»:

– курс элементарной математики в рамках школьной программы.

Дисциплина «Дискретная математика» является необходимой для усвоения учебных курсов информатики, теории вероятностей, численных методов, Математическая логика и теория алгоритмов; группы учебных дисциплин «Методы и средства обеспечения информационной безопасности», "Информационные технологии", "Информационно-аналитические системы" а также для усвоения специальных курсов.

## **11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен на основании совокупности существующих математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.4	Использует математические методы дискретной математики при решении задач профессиональной деятельности естественных наук	Знать: базовые знания, полученные в области существующих математических методов дискретной математики Уметь: использовать математические методы дискретной математики при решении задач профессиональной деятельности естественных наук Владеть навыками разработки, обоснования и реализации процедуры решения задач профессиональной деятельности на основании совокупности существующих математических методов

## **12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 7/252.**

**Форма промежуточной аттестации — зачет, экзамен**

## **13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		2-й семестр	4-й семестр
Аудиторные занятия	136	68	68
в том числе:	лекции	68	34
	практические	68	34

	лабораторные			
Самостоятельная работа	80	76	4	
в том числе: курсовая работа(проект)				
Форма промежуточной аттестации: зачет; (экзамен – 36 час.)	36	0	-	36
Итого:	252	144		108

### 13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Множества и отношения	Способы задания множества. Отношения между множествами. Мощность множества. Операции с множествами. Бинарные отношения и их основные свойства. Композиции отношений. Транзитивные замыкания отношений.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
1.2	Введение в комбинаторику.	Правило суммы и правило произведения. Размещения, перестановки, сочетания, разбиения множества. Биномиальные коэффициенты. Числа Стирлинга первого и второго рода. Принцип включения и исключения. Производящие функции.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
1.3	Линейные рекуррентные соотношения.	Характеристический многочлен. Решение однородны и неоднородных линейных рекуррентных соотношений. Поиск решения методом производящих функций. Числа Фибоначи	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
1.4	Булева алгебра	Разложение булевых функций по переменным, совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы (СДНФ и СКНФ). Представление булевых функций полиномами Жегалкина. Замкнутость и полнота систем булевых функций. Теорема Поста о полноте системы булевых функций.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
1.5	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	Индексы простоты. Тривиальный алгоритм, алгоритм основанный на операциях упрощения. Тупиковые, сокращённые ДНФ. Геометрический алгоритм. Импликанты, простые импликанты. Алгоритм Квайна - Мак-Класски.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
1.6	Элементы теории графов.	Матричные представления графов. Маршруты, цепи, циклы. Связные компоненты графа. Подграфы. Изоморфизм и гомеоморфизм графов. Операции над графами. Двудольные графы. Деревья. Эйлеровы пути и циклы. Гамильтоновы пути и циклы.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
1.7	Оптимизационные задачи на графах	Поиск кратчайших путей в ориентированном графе. Раскраска вершин и рёбер графа. Хроматическое число графа.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Множества и отношения	Решение задач на равенства и включения множеств	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
2.2	Введение в комбинаторику.	Решение комбинаторных задач.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
2.3	Линейные рекуррентные соотношения.	Решение однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>

2.4	Булева алгебра	Построение СДНФ и СКНФ, полиномов Жегалкина. Проверка полноты систем булевых функций и построение их базисов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
2.5	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	Решение задач на поиск тупиковых, сокращённых и минимальных ДНФ с помощью алгоритмов упрощения, геометрического и Квайна-Мак-Класси	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
2.6	Элементы теории графов.	Построение матричных изображений графов, определение изоморфности графов, построение изоморфизма графов, построение эйлеровых, гамильтоновых циклов.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>
2.7	Оптимизационные задачи на графах.	Решение оптимизационных задач на графах.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5665</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Множества и отношения	6	6		8	20
2.		6	6		20	32
3.		6	6		-	12
4.	Булева алгебра	12	12		20	44
5.	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	10	10		28	48
6.		10	10		-	20
7.	Оптимизационные задачи на графах.	18	18		4	40
	Итого	68	68		80	216

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Преподавание дисциплины заключается в проведении лекционных и практических занятий. На практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях. При изучении курса «Дискретная математика» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения обучающимся рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждого практического занятия студентам рекомендуется подробно разобрать теоретический материал, разобрать примеры, решенные на занятии.
  2. Перед практическим занятием обязательно повторить теоретический материал. Еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникают вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутствующий час преподавателю.
  3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.
- Методические указания для обучающихся при самостоятельной работе.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский. Изд. 5-е, стер. М. : Высш. шк., 2008. 384 с. : ил., табл. (Для высших учебных заведений. Математика) . ISBN 978-5-06-005943-4.
2.	<a href="#">Виленкин, Наум Яковлевич</a> . Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин. — М. : ФИМА : МЦНМО, 2006. — 399, [1] с. : ил. — Библиогр.: с.400. — ISBN 5-89492-014-0 . — ISBN 5-94057-230-8.
3.	<a href="#">Харари, Ф.</a> Теория графов / Ф. Харари ; пер. с англ. и предисл. В.П. Козырева; под ред. Г.П. Гаврилова . — Изд. 3-е, стер. — М. : URSS, 2006. — 300 с. : ил. — Библиогр.: с.269-286 . — Имен. указ.: с.286-290 . — Предм. указ.: с.293-297 . — ISBN 5-484-00457-8.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4.	Новиков, Федор Алексеевич. Дискретная математика для программистов : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по направлению подгот. дипломир. специалистов "Информатика и вычислительная техника" / Ф.А. Новиков. 3-е изд. СПб. [и др.] : Питер, 2008. 383 с. : ил., табл. (Учебник для вузов) . ISBN 978-5-91180-759-7.
5.	<a href="#">Лавров, Игорь Андреевич</a> . Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов : [учебное пособие] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова . — Изд. 5-е, испр. — М. : Физматлит, 2004 . — 255 с. — Библиогр.: с.248-249 . — Предм. указ.: с.250-255 . — ISBN 5-9221-0026-2.
6.	<a href="#">Белоусов, Алексей Иванович</a> . Дискретная математика : Учебник для студ. втузов / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко . — М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004 . — 743 с. : ил., табл. — (Математика в техническом университете ; Вып. 19) . — ISBN 5-7038-1769-2 . — ISBN 5-7038-1270-4 : 128.00.
7.	Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. Изд. 3-е, перераб. М. : Физматлит, 2006. 416 с. : ил., табл. ISBN 5-9221-0477-2

в)информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
—	<a href="#">Математическая логика /Логика высказываний/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский . — Воронеж, 2015 .— &lt;URL:<a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf</a>&gt;.</a>
—	<a href="#">Математическая логика /Логика предикатов/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский . — Воронеж, 2015 .— &lt;URL:<a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf</a>&gt;.</a>

## **16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

№ п/п	Источник
1.	Яблонский, Сергей Всееволодович. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский. Изд. 5-е, стер. М. : Высш. шк., 2008. 384 с. : ил., табл. (Для высших учебных заведений. Математика) . ISBN 978-5-06-005943-4.
2.	Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. Изд. 3-е, перераб. М. : Физматлит, 2006. 416 с. : ил., табл. ISBN 5-9221-0477-2

## **17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. При проведении занятий в дистанционной форме используются технические и информационные ресурсы Образовательного портала "Электронный университет ВГУ" (<https://edu.vsu.ru>), базирующегося на системе дистанционного обучения Moodle, развернутой в университете, а также другие доступные ресурсы в сети Интернет.

## **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Компьютерный класс: специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop> )  
36

Visual Studio Community (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <https://visualstudio.microsoft.com/ru/vs/community/>)

LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/> )

## **19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Введение в комбинаторику.	ОПК-3	ОПК-3,4	Практические занятия. Контрольные работы 1
2.	Линейные рекуррентные соотношения.	ОПК-3	ОПК-3,4	Практические занятия. Контрольные работы 1
3.	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	ОПК-3	ОПК-3,4	Практические занятия. Контрольные работы 1-2
4.	Элементы теории графов.	ОПК-3	ОПК-3,4	Практические занятия. Контрольные работы 2

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетен- ция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	Промежуточная аттестация форма контроля – зачет, экзамен			Перечень вопросов к экзамену

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: практикоориентированные задания, домашние задания, контрольные работы.

Комплект заданий для контрольной работы № 1

#### Вариант 1

1. Решить задачу:

- 1) Сколько слов можно составить из букв слова "МАТЕМАТИКА", если все буквы должны быть уникальными (без повторений)?
- 2) Сколько различных слов длиной 6 букв можно составить из алфавита {X, Y, Z}, если буквы могут повторяться?
3. Для заданного рекуррентного отношения с начальными условиями найти явную формулу для  $a_n$ .

$$1) a_n - 5a_{n-1} + 6a_{n-2} = 3n + 2, \quad a_0 = 1, \quad a_1 = 4$$

$$2) a_n - 2a_{n-1} + 10a_{n-2} = \cos(3n), \quad a_0 = 1, \quad a_1 = 0$$

3. Для заданных функций найти: СКНФ, СДНФ, сокращенную ДНФ методом Квайна, минимальную СДНФ методом Квайна-Мак-Класки, минимальную СДНФ методом карт Карно

$$1) f(x_1, x_2) = (1000)$$

$$2) f(x_1, x_2, x_3) = \sum(0;1;2;4;5;6)$$

4. Для заданной функции найти СКНФ, СДНФ, найти минимальную СДНФ методом карт Карно  $\Sigma(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)$

#### Вариант 2

1. Решить задачу:

- 1) Сколько способами можно расставить 5 разных книг на полке?
- 2) Сколько способами можно распределить 7 одинаковых монет между 4 разными кошельками, если в кошельёк можно положить любое количество монет?

3. Для заданного рекуррентного отношения с начальными условиями найти явную формулу для  $a_n$ .

$$1) a_n - 4a_{n-1} + 4a_{n-2} = 2n - 1, \quad a_0 = 0, \quad a_1 = 1$$

$$2) a_n + a_{n-1} + a_{n-2} = \cos 2n, \quad a_0 = 0, \quad a_1 = 1$$

3. Для заданных функций найти: СКНФ, СДНФ, сокращенную ДНФ методом Квайна, минимальную СДНФ методом Квайна-Мак-Класки, минимальную СДНФ методом карт Карно

$$1) f(x_1, x_2) = (0100)$$

$$2) f(x_1, x_2, x_3) = \sum(1;3;5;7)$$

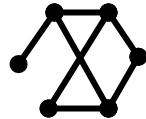
4. Для заданной функции найти СКНФ, СДНФ, найти минимальную СДНФ методом карт Карно  $\Sigma(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$

Комплект заданий для контрольной работы № 2

#### Вариант 1

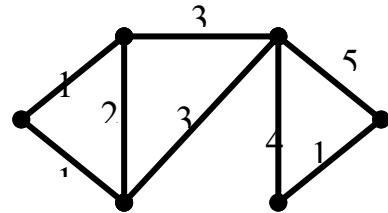
1. Найти:

- 1) матрицу инцидентности;
- 2) радиус  $r(G)$ , центр;
- 3) диаметр  $d(G)$ , периферию.



2. Построить минимальный остов с помощью

- 1) алгоритма Краскала;
- 2) алгоритма Прима.

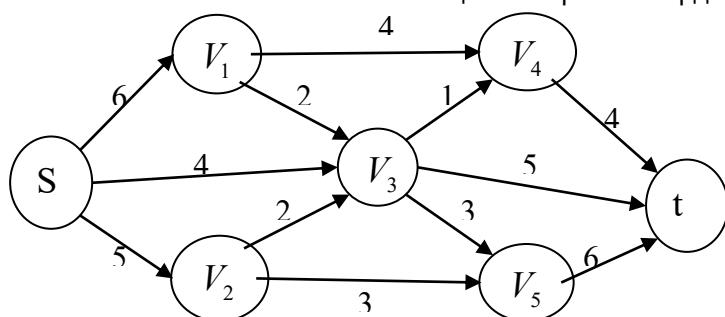


3. Для заданного кода Прюфера  $P(T_k) = 11234536$  произвести декодирование, построить граф, произвести кодирование.

4. Дан граф:  $\{(V_1, V_3), 4\}, \{(V_3, V_2), -3\}, \{(V_2, V_4), 2\}, \{(V_1, V_2), 1\}$ . Найти пути от первой вершины до всех остальных с помощью алгоритма Форда-Белмана.

5. Данна матрица весов.  $W = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ \infty & 0 & 1 & \infty \\ \infty & 2 & 0 & 3 \\ 1 & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$ . Построить граф. Найти кратчайший путь с помощью алгоритма Дейкстры.

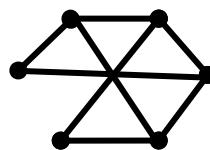
6. Найти величину максимального потока в сети с помощью алгоритма Форда-Фалкерсона.



Вариант 2

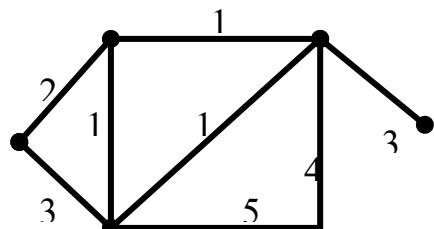
1. Найти

- 1) матрицу инцидентности;
- 2) радиус  $r(G)$ , центр;
- 3) диаметр  $d(G)$ , периферию.



2. Построить минимальный остов с помощью

- 1) алгоритма Краскала;
- 2) алгоритма Прима.

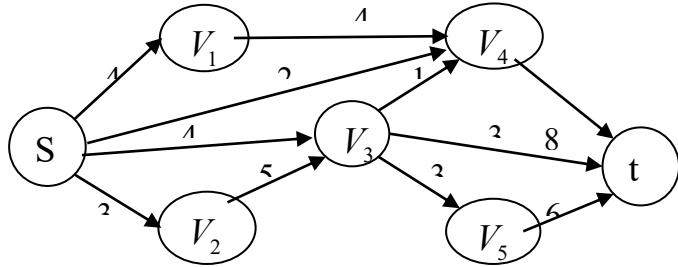


3. Для заданного кода Прюфера  $P(T_k) = 21344685$  произвести декодирование, построить граф, произвести кодирование.

4. Дан граф:  $\{(V_1, V_2), 2\}, \{(V_1, V_3), -3\}, \{(V_3, V_4), 2\}, \{(V_1, V_4), 5\}$ . Найти пути от первой вершины до всех остальных с помощью алгоритма Форда-Белмана.

5. Данна матрица весов.  $W = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \infty \\ \infty & 2 & 0 & 1 \\ \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}$ . Построить граф. Найти кратчайший путь с помощью алгоритма Дейкстры.

6. Найти величину максимального потока в сети с помощью алгоритма Форда-Фалкерсона.



Для оценивания результатов каждой контрольной работы используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим и практическим материалом данного курса, применяет теоретические знания для решения практических задач в области дискретной математики	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольную работу не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольную работу не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в решении задач	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольную работу не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки	–	Неудовлетворительно

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью экзаменационных билетов.

### **Перечень вопросов к экзамену:**

1. Определение независимых объектов. Правило суммы и произведения для независимых объектов.
2. Комбинаторные объекты и комбинаторные числа.  
Определения размещений с повторениями и без, перестановок с повторениями и без, сочетаний с повторениями и без.
3. Свойства комбинаторных объектов.  
Размещения с повторениями, размещения без повторений. С доказательством.
4. Свойства комбинаторных объектов.  
Перестановки с повторениями, перестановки без повторений. С доказательством.
5. Свойства комбинаторных объектов.  
Сочетания с повторениями, сочетания без повторений. С доказательством.
6. Свойства комбинаторных объектов. Определение унимодальной последовательности.  
Доказательства свойств биномиальных чисел. Следствие.
7. Однородные рекуррентные отношения с постоянными коэффициентами. Определение.  
Определение общего решения. Теорема об общем решении.
8. Неоднородные рекуррентные отношения с постоянными коэффициентами. Определение.  
Утверждение о виде частного решения.
9. Булевы функции. Определения. Способы задания. Теорема о числе булевых функций.  
Равные булевы функции. Определение.
10. Двойственные функции. Принцип двойственности. Определения. Теорема (принцип двойственности).
11. Элементарная конъюнкция. Определение. Ранг конъюнкции. Элементарная дизъюнкция.  
Определение. Ранг. Утверждение 1, 2.
12. Дизъюнктивная нормальная форма. Определение. Длина. СДНФ функции. Теорема.  
Следствие.
13. Конъюнктивная нормальная форма. Определение. Длина. СКНФ функции. Теорема.
14. Минимизация булевых функций. Импликант. Простой импликант. Определение.  
Сокращенная ДНФ. Определение. Теорема. Метод Квайна построения сокращенной ДНФ.  
Теорема Квайна. Операции склеивания, поглощения. Алгоритм Квайна.
15. Методы построения сокращенной ДНФ: метод Блейка, метод Квайна-Мак-Класки.  
Определения соседних наборов. Операция склейки.
16. Метод Карно минимизации булевых функций. Карта Карно. Алгоритм Карно минимизации  
булевых функций.
17. Основные определения теории графов. Вершины, ребра, смежные вершины, инцидентные  
ребра, петли, кратные ребра, смежные ребра.  
Простой граф. Ориентированный граф, неориентированный граф. Определения. Степень  
(валентность) вершин. Теоремы о числе и сумме вершин. Изоморфные графы. Определение.
18. Способы задания графов. Матрица инцидентности. Матрица смежности.
19. Графы специального вида. Подграф, маршрут, длина, цепь, простая цепь, простой цикл.  
Определения. Теорема. Связный граф, двудольный граф, звездный граф. Определения.
20. Метрические характеристики графов. Расстояние между вершинами. Свойства.  
Эксцентриситет, радиус, диаметр, центр, переферия. Определения.
21. Деревья. Дерево, лес, мост. Определения. Теорема (о мосте), Теорема (о дереве),  
Теорема (о числе вершин в дереве). Теорема (об эквивалентности утверждений). Следствие.
22. Остов дерева. Определение. Теорема (о подграфе связного графа). Взвешенный граф, вес  
ребра, вес графа, минимальный остов. Определения. Алгоритм Краскала построения  
минимального остова. Алгоритм Прима построения минимального остова.
23. Код Прюфера. Кодирование, декодирование. Алгоритм кодирования. Алгоритм  
декодирования.
24. Задача о кратчайшем пути. Матрица весов. Алгоритм Форда-Белмана. Алгоритм Дейкстры.
25. Задача о наибольшем потоке. Пропускная способность дуги, транспортная сеть, источник,  
сток, поток, величина потока, максимальный поток, насыщенная дуга, разрез, пропускная  
способность разреза. Определения. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Форда-Фалкерсона  
поиска максимального потока в транспортной сети.

- Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:
- 1) знание определений основных объектов изучения и основных утверждений курса дискретной математики;
  - 2) умение применять теоретические знания в практических задачах;
  - 3) владение теоретическими основами дисциплины, умение грамотно проводить доказательства теорем и иллюстрировать их примерами

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области дискретной математики	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в доказательствах теорем	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки	–	Неудовлетворительно

## 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

### 1) закрытые задания (тестовые):

1. Сколько двоичных наборов длины  $n$ ?
  - 2 в степени  $n$ .
  - $2n$ .

Ответ: а

2. Сколько булевых функций, зависящих от  $n$  переменных?
  - 2 в степени  $2n$ .
  - 2 в степени 2 в степени  $n$ .

Ответ: б

3. Как расположены противоположные наборы?
  - Противоположные наборы расположены симметрично относительно середины таблицы.
  - Противоположные наборы расположены в обратном порядке.

Ответ: а

4. Что такое простая импликанта?

- а) Это элементарная конъюнкция, соответствующая ядровой грани.
- б) Это элементарная конъюнкция, соответствующая максимальной грани.

Ответ: б

5. Сколько существует слов (наборов букв) длины  $m$ , составленных из букв русского алфавита (33 буквы), содержащих букву “а”? Укажите правильный ответ из предложенных.

Варианты ответа:

- а)  $32^m$ ,
- б)  $33^m - 32^m$ ,
- с)  $33^m$ .

Правильный ответ:  $33^m - 32^m$ .

Решение. Найдем общее число слов длины  $m$ :  $33^m$ . Заметим, что число слов, не содержащих букву “а”, равно  $32^m$ .

Искомое число будет равно разности полученных результатов:  $33^m - 32^m$ .

## 2) открытые задания:

1. Вставьте пропущенную цифру:

Число двоичных наборов длины  $n$  есть (...) в степени  $n$ .

Ответ: 2

2. Вставьте пропущенную цифру:

Число булевых функций, зависящих от  $n$  переменных есть (...) в степени (...) в степени  $n$

Ответ: 2

3. Вставьте пропущенное слово: Простая (...) – это элементарная конъюнкция, соответствующая максимальной грани

Ответ: импликанта

4. Вставьте пропущенное слово: Сокращенная ДНФ – это (...) всех простых импликант.

Ответ: дизъюнкция

5. Число всевозможных подмножеств у множества  $M$ , состоящего из  $n$  элементов равно  $2^{(\dots)}$ . Вставьте пропущенную цифру.

Ответ:  $n$

Решение. Чтобы указать подмножество данного множества  $M$ , можно приписать каждому элементу множества  $M$  число 1, если этот элемент входит в рассматриваемое подмножество, или число 0, если этот элемент не входит в это подмножество. Таким образом, каждому подмножеству однозначно сопоставляется кортеж из 0 и 1 длины  $n$ . Число таких кортежей равно  $2^n$ .

6. Сколько шестизначных четных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 5, 7, 9, если в каждом из этих чисел ни одна цифра не повторяется?

Ответ: 120.

Решение. Четное число должно оканчиваться цифрой 4 из предложенных цифр. На остальных пяти местах в шестизначном числе будут стоять оставшиеся пять цифр в произвольном порядке. Число вариантов здесь равно  $5! = 120$  (количество перестановок из пяти элементов).

### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

**1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):**

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**2) Задания закрытого типа (множественный выбор):**

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

**3) Задания закрытого типа (на соответствие):**

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

**4) Задания открытого типа (короткий текст):**

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**5) Задания открытого типа (число):**

- 14.2 балла – указан верный ответ;  
15.0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**